

MEKANIikka, 17.11.2000/MV, Loppu tentti

1. Partikkeliliikkuu ympyrärataa

$$\vec{r}(t) = r \cos(\omega t) \vec{e}_1 + r \sin(\omega t) \vec{e}_2$$

a) Laske $\vec{r}(t) \times d\vec{r}(t)/dt$

b) Osoita, että $d^2\vec{r}(t)/dt^2 + \omega^2\vec{r}(t) = 0$

Säde r ja kulmanopeus ω ovat vakioita.

2. Kappale liikkuu väliaineessa vakiovoiman F vaikutamana. Väliaine aiheuttaa liikettä vastaan vastakkais suunnan voiman, joka on verrannollinen nopeuden neliöön $F_r = -kv^2$.

a) Osoita, että kappaleen rajanopeus on $v_L = \sqrt{F/k}$

b) Osoita, että nopeuden jakuljetun matkan välillä on yhteys

$$v^2 = F/k + (v_0^2 - F/k)e^{-2(k/m)x}$$

3. Laskelohin reittikahden pisteen välillä R^2 :ssa.

4. Pallo (säde ρ) pyörii liukumattavaa katasossa olevan R -säteisensäylinterin sisäpinnalla. Olkoon pallon alkunopeus säylinterin pituus akseliavastaa kohtisuorassa, jolloin ongelma on luonnollisesti kaksidimensionaalinen. Pallon hitausmomentti on I . Määrä Lagrangen funktio ja pallon liikeyhtälöt. Vihje: valitse ns. koordinaatisto huolella (piirrä kuva) ja selvitä rajoite.

5. Jäykän kappaleen hitausmomentti X_1 -akselin suhteen (kuva) on muotoa

$$J_{ij} = \sum_{\alpha} \left(\delta_{ij} \sum_k X_{\alpha,k}^2 - X_{\alpha,i} X_{\alpha,j} \right).$$

Piste O on sijoitettu kappaleen massakeskipisteseen. Johda J_{ij} :n lausekkeesta lähtien kappaleen hitausmomentin massakeskipisteen suhteen (Steinerin sääntö).

