

1 Olkoon \vec{r} paikkavektori.

Laske

(a) $\nabla \cdot \vec{r}$

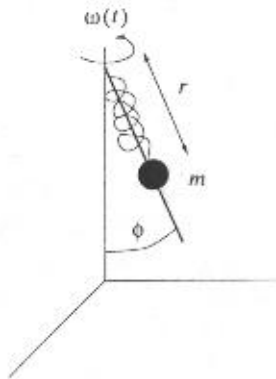
(b) $\nabla \cdot (\vec{r}f(r))$

Laske b-kohta, kun $f(r) = r^{n-1}$

2 Kappale pudotetaan etäisyydeltä $r = r_1$ maan keskipisteestä. Mikä on kappaleen nopeus sen törmätessä maahan ($r=r_2$, $r_1 > r_2$)? Etäisyys $r_1 - r_2$ ei ole välttämättä pieni.

3. Tarkastele tasoheiluria, jonka muodostavat massa ja lanka, jonka alkuperäinen pituus on l_0 . Lanka lyhenee ulkoisen pakkovoiman vaikutuksesta tasaisella nopeudella $\dot{l} = -b$. Kiinnityskohta pysyy samana. Muodosta Lagrangen funktio ja johda siitä heilahduskulman θ liikeyhtälö.

4. Moottori pyörittää yläpäätänsä kiinnitettyä tankoa pysty akselin ympäri kulmanopeudella $\omega(t)$ (joka ei ole vakio, mutta on tunnettu: rajoite), kuva 1. Tangossa on kuula, jonka massa on m ja joka on ripustettu tangon yläpäähän jousen (jousivakio k) välityksellä. Tanko ja jousi ovat massattomia. Määrää tilanteeseen liittyvä Lagrangen funktio ja edelleen liikeyhtälöt. Vihje: käytä pallokoordinaatistoa.



Kuva 1.

5. Johda Steinerin lause (koskien hitausmomenttien muutosta referenssiiniistettä siirrettäessä, mutta pyörimissuunnan säilyessä).