

Johdatus analyysiin 2002

1. välikoe 1. marraskuuta 2002

Koeaika on 3 tuntia.

Kokeessa saa olla mukana laskin ja taulukkokirja.

1. a) Totea, että yhtälön

$$4x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 4x + 1 = 0$$

yksi ratkaisu on $x = i$. Mitkä ovat yhtälön muut ratkaisut?

b) Määritä funktion $f(x) = 4x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 4x + 1$ suurin ja pienin arvo välillä $[0,1]$.

2. Ratkaise seuraavat yhtälöt:

(a) $2 \cos^2 x + \sin 2x = 0$ (b) $\tan(\arcsin x) = 2x$

3. Laske

(a) $\int \frac{e^{4t}}{(e^{2t} - 1)^3} dt$ (b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\int_1^x e^{t^2} dt}{x - 1}$

4. (a) Määritä käyrän $\Gamma_1 : x^{2/3} + y^{2/3} = 5$ pisteeseen $(8,1)$ piirretyn tangentin yhtälö.

(b) Laske käyrän $\Gamma_2 :$

$$\begin{cases} x = 2 + \cos t \\ y = \sin t \end{cases}$$

rajoittaman tason osan pinta-ala.

(c) Laske käyrän $\Gamma_3 : r = a(1 + \cos \varphi)$ pituus, kun $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ ja $a > 0$.

Kaavoja:

$$\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$$

$$\sinh 2x = 2 \sinh x \cosh x$$

$$D \sinh x = \cosh x$$

$$\cosh 2x = \cosh^2 x + \sinh^2 x$$

$$D \cosh x = \sinh x$$