

ANALYYSIN PERUSTEET VT 1
28.4.2000

1. Onko jono (x_n) , missä

$$x_n = \frac{1}{n^2 + 1}, n = 1, 2, 3, \dots$$

vähenevä vai kasvava? Mikä on jonon raja-arvo? Onko jonon termeistä muodostettu sarja

$$\sum_{n=1}^{\infty} x_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 1}$$

suppeneva vai hajaantuva?

2. a) Mikä on sarjan

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\ln k}{e^k} (x - e)^2$$

suppenemissäde ja suppenemisväli?

b) Muodosta funktion $f(x) = \sinh x$ Taylorin sarja pisteessä $x_0 = 0$ käyttäen funktion e^x Taylorin sarjaa pisteessä $x_0 = 0$.

3. Olkoon $f : R \rightarrow R$ s.e.

$$f(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin kx}{k^2}$$

Osoita, että

$$\int_0^{\pi} f(x) dx = 2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k-1)^3}$$

4. Määritä funktion $f(x) = x$ Fourier sarja välillä $]-\pi, \pi[$