Differentiaalilaskenta. LT 11.12. 2006

1. Määrää funktion $f : \mathbf{R}^4 \to \mathbf{R}^2$ s.e.

$$f(x) = (2x_1x_3 - 1, x_2 + x_4 + 2)$$

Jacobin matriisi. Osoita määritelmää käyttäen, että f on differentioituva.

2. Olkoon $f : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}$ s.e. $f(x) = e^{x_1+2x_2+3x_3}$. Määrää Taylorin polynomi $T_3(f, 0)$.

3. Osoita, että kuvaus $f : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ s.e.

$$f(x) = (x_1, x_2 + x_3, e^{x_1} - 3x_3)$$

on lokaali diffeomorfismi jokaisen pisteen ympäristössä. Määrää $Df^{-1}(0, 0, 1)$.

4. Osoita, että yhtälöstä

$$\sin y + 2x_1 + 2x_2 + (y + x_3)^4 = 0$$

voidaan ratkaista y muuttujien x_1, x_2, x_3 funktiona $y = \phi(x_1, x_2, x_3)$ jossain pisteen 0 ympäristössä. Määrää $D\phi(0)$.

5. Määrää origon $0 \in \mathbf{R}^n$ etäisyys tasosta $a_1x_1 + \cdots a_nx_n = b$.

Ohje : tutki sidottua ääriarvo-ongelmaa, kun $f(x) = ||x||^2$.