

Valitse oheisista tehtävistä neljä (4), joihin vastaat.

1. Tarkastellaan funktioiden $f_n(x) = x^n/(1+x^n)$ jonoa joukossa $A = [0, 1]$. Määää sen rajafunktio f . Perustele, että suppeneminen ei ole tasaista A :ssa. Onko suppeneminen tasaista joukossa $B = [0, 0.9]$?

2. Tutki, onko funktio

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{5^n} \cos(3^n \pi x)$$

jatkuva \mathbb{R} :ssä. Onko f derivoituva \mathbb{R} :ssä ? Jos f on derivoituva, määrää $f'(1)$.

3. Lähtien kosinin Taylorin sarjakehitelmästä johda sarjaesitys integraalille

$$I = \int_0^1 \frac{1 - \cos x}{x^2} dx.$$

Laske tästä sarjasta I :lle sellainen likiarvo, jolle $|\text{virhe}| < 10^{-5}$.

4. Tutki, suppeneeko epäoleellinen integraali

$$\int_1^{\infty} \frac{2x-1}{x(x+1)^2} dx.$$

5. Ratkaise DY (eli etsi sen yleinen ratkaisu)

$$y'' - 2y' + y = 2e^x.$$

Huom. Tentissä saa olla esillä jokin taulukkokirja ja (graafinenkin) laskin. Kurssin palautelomake löytyy kurssin kotisivulta. Kiitos palautteestasi !