Numeeriset menetelmät
Lopputentti 20.12.2002

1. Ratkaise yhtälö $\sqrt{x-2}+\ln x-1=0$ laskimen avulla tarkkuudella 10^{-6} käyttäen Newtonin menetelmää.

2. Muodosta funktiolle $f(x)=\frac{1}{1+x}$ pisteisiin $x=0;\ 1;\ 2$ liittyvä Lagrangen interpolaatiopolynomi $p(x)$. Laske sen avulla funktion approksimaatiovirhe $|f(x)-p(x)|$ pisteessä $x=1,5$.

3. Rungen-Kuttan menetelmällä, mikä on muotoa

$$\begin{aligned}
k_1 &= f(t_n, y_n)\\
k_2 &= f(t_n+2h/3, y_n+2hk_1/3)\\
k_3 3 &= f(t_n, +2h/3, y_n+h(k_1+3k_2)/6)\\
y_{n+1} &= y_n+h(k_l+k_2+2k_3)/4,
\end{aligned}$$

ratkaistaan alkuarvotehtävää $y'=f(t,y);\ y(0)=y_0$. Osoita, että tämän menetelmän kertaluku on 3 sovellettuna testiyhtälöön 4y' = y; y(0) = 14. Siis: laske yhden askeleen tuottama y_1, kun aloitat arvosta $y(0)$, ja vertaa sitä yhtälön tarkkaan ratkaisuun $y(h)$. Päteekö tällöin $|y_l-y(h)|=\mathcal{O}(h^4)$?

4. Laske Simpsonin säännöllä integraalin I arvo, kun osavälien lukumäärä on a) 2, ja b) 4, kun

$$I=\int_{-1}^{1}(1-x^2)^{2/3}dx.$$

HUOM. Mukana tentissä saa olla luentomonisteet, taulukkokirjat ja taskulaskin.