

Johdatus analyysiin

ensimmäinen välikoe 24. lokakuuta 2000 Kokeessa saa olla mukana laskin ja lunttilappu, mutta ei taulukkokirjaa.

Ratkaise neljä (4) tehtävää.

1. Selitä miten funktion kulkua voidaan tutkia derivaatan ja toisen derivaatan avulla. Esimerkkinä tutki funktion

$$f(x) = \frac{6x}{x^2 + 4}$$

kulkua. Hahmottele funktion kuvaaja.

2. Olkoon $r = r(\varphi)$ käyrän Γ esitys napakoordinaateissa. Johda kaava käyrän tangentin kulmakertoimelle pisteessä (x, y) . Määrä logaritmisestä spiraalista $r = e^\varphi$ tangenti pisteessä $(x, y) = (1, 0)$.
3. Laske integraalit:

(a) $\int \arctan x dx$

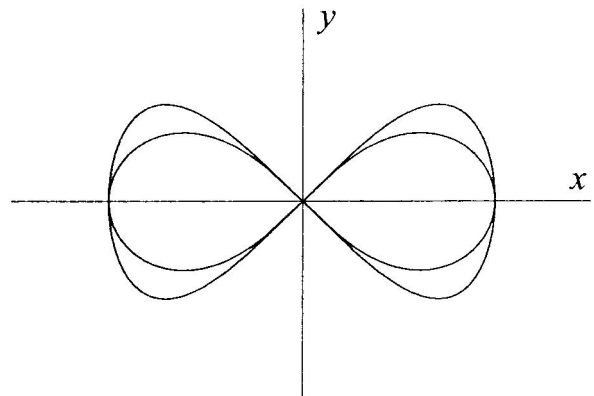
(b) $\int \frac{x+1}{x^4+x^2} dx$

4. Oheisessa kuvassa on kaksi ∞ -merkin muotoista käyrää. Toisen parametriesitys on

$$\begin{cases} x = \sin t \\ y = \frac{1}{2} \sin(2t) \end{cases} \quad 0 \leq t \leq 2\pi$$

ja toisen yhtälö napakoordinaateissa on

$$r^2 = \cos(2\varphi)$$



Kumpi käyristä on sisempi ja kumpi ulompi? Laske käyrien väliin jäävän alueen pinta-ala.

5. Funktio y toteuttaa integraaliyhtälön

$$y(x) = 1 - \int_0^x t y(t)^2 dt.$$

Määrä funktio y .