

ANALYYSIN PERUSTEET VT 2
25.5.2000

1. Ratkaise differentiaaliyhtälöt

$$y' - 2y = x$$
$$y'' - 2y' - 3y = 0$$

2. a) Tutki onko raja-arvo

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{4x^2y}{x^3 + y^3}$$

olemassa.

b) Osoita, että kuvaus $u(x, y) = \cos(x - y) - \ln(x + y)$ toteuttaa yhtälön

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

kun $x + y > 0$.

3. Osoita DeMoivre'n lause

$$(\cos \theta + i \sin \theta)^n = \cos(n\theta) + i \sin(n\theta)$$

ja osoite edellisen tuloksen nojalla, että

$$\sin(3\theta) = 3 \cos^2 \theta \sin \theta - \sin^3 \theta$$
$$\cos(3\theta) = \cos^3 \theta - 3 \cos \theta \sin^2 \theta$$

4. Osoita differentiaalikehitelmää käyttäen, että kuvaus $f(x, y) = x^2 + 3y^2$ on differentiotuva.