

# Matriisilaskenta

Loppukoe 17.12.2003

1. a) Erään  $2 \times 2$ -matriisin  $A$  ominaisarvot ovat reaalilukuja. Pienin niistä on  $\lambda_{\min} = -10$ . Mikä pitää luvun  $a$  olla vähintään, jotta matriisin  $A + aI$  ominaisarvot ovat kaikki positiivisia? (2 pist.)

b) Matriisin

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

yksi ominaisarvo on  $\lambda = 3$ . Mitkä ovat muut ominaisarvot? (4 pist.)

2. Millä  $a$ :n arvoilla vektorien  $x_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ ;  $x_2 = \begin{bmatrix} a-1 \\ 0 \\ a \end{bmatrix}$ ;  $x_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ a-1 \\ 0 \end{bmatrix}$

virittämän  $\mathbb{R}^3$ :n aliavaruuden dimensio on täsmälleen kaksi?

3. Määrä matriisia  $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$  vastaavan kuvauksen ydin, rangi ja nulliteetti.

4. Laske matriisin  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0,5 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$  käänteismatriisi Gaussin-Jordanin menetelmällä.

HUOM. Mukana tentissä saa olla taulukkokirja ja taskulaskin.