Differentiaalilaskenta. LT 2007

1. Olkoon $f : \mathbf{R}^4 \to \mathbf{R}$ kuvaus $f(x) = x_1x_2 + x_3x_4$. Määrää suuntaisderivaatta $\frac{\partial f}{\partial u}(x)$, $u \neq 0$.

2. Oletetaan, että $G \subset \circ\mathbf{R}^n$ ja $f : G \to \mathbf{R}$ on differentioituva pisteessä $x_0 \in G$. Oletetaan edelleen, että $f(x_0) \neq 0$ (jolloin $f(x) \neq 0$ jossain x_0:n ympäristössä U). Määrää kuvauksen $g := \frac{1}{f} : U \to \mathbf{R}$ Jacobin matriisi pisteessä x_0 ja osoita määritelmän nojalla, että g on differentioituva pisteessä x_0.

3. Osoita, että kuvaus $f : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$
$$f(r, \phi, z) = (r\cos\phi, r\sin\phi, z)$$
on lokaali diffeomorfismi pisteen $(1, \pi, 0)$ ympäristössä ja määrää $Df^{-1}(-1, 0, 0)$.

4. Olkoon $a \in \mathbf{R}^n$; $a_j > 0$, $\forall j = 1, ..., n$. Määrää funktion $f : \mathbf{R}^n \to \mathbf{R}$ s.e. $f(x) = \sum_{j=1}^n a_jx_j$ suurin arvo pallossa $\overline{B}(x_0, R)$.

5. Osoita, että elliptisen sylinterin pinta
$$S = \{x \in \mathbf{R}^3 | \frac{x_1^2}{p^2} + \frac{x_2^2}{q^2} = 1\}$$
on säännöllinen 2-ulotteinen pinta $\mathbf{R}^3$:ssa. Määrää pinnan S tangenttitason ja normaalisuoran yhtälöt pisteessä $x_0 \in S$.

Mukana saa olla:
taskulaskin, taulukot ja 2x A4 muistiinpanot